

Collège Pierre de COUBERTIN

2014

Cahier de Vacances

3ème

Auteurs

Mme Khazal - Mme Lebon

M Ceschin

[Ce cahier existe aussi en numérique avec les liens direct vers les cours nécessaires en fin de page](#)
[lien : cahier numérique](#)

Correction

Des deux parties du cahier-de-vacances

Première partie Correction cahier Troisième

Priorités de calculs

Calculer: a) 74,5 b) 56 c) 578,5

Écriture fractionnaire

- 1) a) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ b) $\frac{2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} + \frac{1}{15} = \frac{7}{15}$ c) $\frac{2}{5} - \frac{1}{15} = \frac{6}{15} - \frac{1}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$
- 2) $A = \frac{15}{6} - \frac{7}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ (non décimal) $B = \frac{5}{8} + \frac{3}{12} = \frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$ (décimal) $C = \frac{3}{7} - \frac{14}{7} = -\frac{11}{7}$ (non décimal)
- 3) $A = -\frac{2}{3}$ (non décimal) $B = \frac{3}{2}$ (décimal) $C = \frac{3}{7} - \frac{14}{7} = -\frac{11}{7}$ (non décimal)

Inverse d'un nombre différent de 0

Pour chaque affirmation ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

- a) Faux car le produit n'est pas égal à 1 ($-\pi^2/4$) b) Vrai car : pour $x = 0$, $\text{inv}(x) = 1/x$ c) Vrai car $\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$
- d) Faux, **attention** $\frac{1}{2+3} = \frac{1}{5}$ et $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$. L'inverse d'une somme n'est pas la somme des inverses.

Puissances de 10

$A = 0,8 \times 10^6 = 8 \times 10^5 = 80 \times 10^4$ (nombre entier) solution non unique $B = 0,15 + 0,35 = 0,5 = 5 \times 10^{-1} = 50 \times 10^{-2}$ (non entier)

$C = \frac{3,3}{3} \times 10^{-8+5} = 1,1 \times 10^{-3} = 11 \times 10^{-4}$ (non entier)

Racines carrées

- 1) a) $13^2 = 169$ et 13 est positif donc $\sqrt{169}$ est égal à 13. b) $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$ ($\sqrt{7}^2 = 7$ et $(-\sqrt{7})^2 = 7$)
- 2) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ et $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ **attention** $\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4$ 3) $A = 2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ $B = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$
- 4) $A = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = \sqrt{2}$ $a = 1$ 5) a) $A = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$ $B = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
b) $A \times B = 9\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 27 \times 5 = 135$ $A/B = 9\sqrt{5}/3\sqrt{5} = 3$ ce sont donc bien des entiers.

Comparer

- 1) a) -18 ; -19,8 ; -19,9 ; -19,91 ; -20 ; -20,1 b) 5,58 ; 5,555 ; 5,55 ; 5,505 ; 5,5 ; 5,05 2) a ; c ; d ; b ; e
- 3) a) $\frac{121}{120} < \frac{139}{140}$ b) $\frac{204}{5233} < \frac{205}{5233}$ c) $\frac{1053}{4 \times 16 \times 4} = \frac{1503}{16 \times 16}$ d) $\frac{25}{99} > \frac{24}{99}$ 4) f ; c ; d ; e ; b
- 5) a) $x \text{ } \text{à} \text{ } y \text{ donc } x + \sqrt{3} \text{ } \text{à} \text{ } y + \sqrt{3}$ (ajouter un même nombre ne change pas l'ordre)
b) $x \geq y \text{ donc } -2x \leq -2y$ (multiplier un même nombre change l'ordre)
- c) $4 - x \geq 4 - y$ d) $\frac{2}{3}x \text{ } \text{à} \text{ } \frac{2}{3}y$ e) $x \leq y \text{ donc } -x \geq -y$ soit $5 - 2x \geq 5 - 2y$
- f) $x \leq y \text{ donc } x + x \leq y + x$ soit $2x \leq x + y$

Reconnaître une solution d'une équation

- a) Aucun b) -3 est solution c) Aucun d) 2 est solution
e) 2 et -3 sont solutions f) 2 est solution

Résoudre une équation du type $ax=b$ ou $ax+b=cx+d$

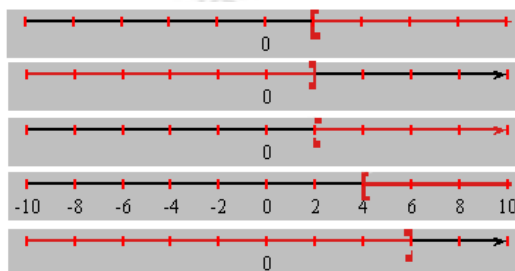
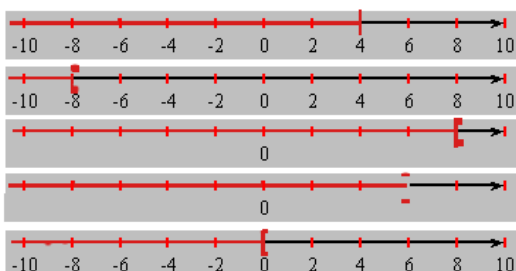
- a) $a = -4/3$ b) $b = 0$ c) $c = -1/6$ d) $d = 6/5$ e) $e = 5$
f) $f = 2$ g) $g = 7/3$ h) $h = 2$

Reconnaître une solution d'une inéquation

- a) oui b) non c) non d) non

Résoudre une inéquation du type $ax \leq b$; $ax \geq cx$; $ax + b \leq cx + d$ ou $ax + b \geq cx + d$

- a) $a < 4$ b) $b < -8$ c) $c < 4/3$ d) $d \leq -1,5$ e) $e < 0$ f) $f \geq 1$ g) $g \leq 1$ h) $h \geq 1$ i) $i > 4$ j) $j \leq 3$



Fonction – Système

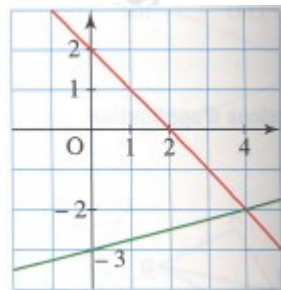
- 1) $f(-4) = 10/3$ $f(-3) = 3$ $f(0)=2$ $f(2/5) = 28/15$ $f(1) = 5/3$
 2) a) $f(2) = 2a + b = 0$ $f(-6) = -6a + b = 4$
 b) De la première équation on déduit : $b = -2a$. On remplace dans deuxième équation et on obtient : $-6a - 2a = 4$ soit $a = -1/2$. On reporte dans $b = -2a$ et donc $b = -2(-1/2) = 1$. $f(x) = -x/2 + 1$

Reconnaître une situation

1. a) 0,05x b) $N(x) = x + 0,05x = 1,05x$ 2. On définit ainsi une fonction linéaire et aussi une fonction affine

Représenter graphiquement une fonction affine

f en rouge
g en vert

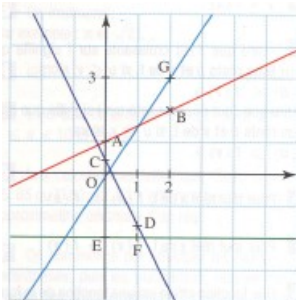


Représenter une fonction affine

- A) a) A(0;1) et B(2;2) b) C(0;0,5) et D(1;-1,5)
 c) O(0;0) et G(2;3) d) E(0;-2) et F(1;-2)
 On trace ensuite les droites (AB), (CD), (EF) et (GH).

- B) 1) 3 b) 2 c) 1,5 d) 0
 2) a) -2 b) 1 c) 4

- 3) coefficient directeur de la droite d : 1/3
 ordonnée à l'origine : 1



Vérifier qu'un point appartient à une droite donnée

- a) $f(-1) = -2(-1) - 1 = 1$ donc A appartient à la droite représentant f
 a) $f(2) = 1$ donc A n'appartient pas à la droite représentant f

Reconnaître la représentation graphique d'une fonction

$f(x) = 0,5x + 1$
 Ordonnée à l'origine égale à 1
 Coefficient directeur égal à 0,5

Équations à deux inconnues

- 1) a) oui b) non c) oui 2) $\begin{cases} -2x + 3(-1) = -4 - 3 = -7 \\ -\frac{1}{2}x + 2(-1) = -1 + 2 = 3 \end{cases}$ donc le couple est bien solution

$\begin{cases} 5x + 1 = 10 + 1 = 11 \\ -\frac{1}{4}x + 2 - \frac{1}{2}(-1) = \frac{-1}{2} - \frac{1}{2} = -1 \end{cases}$ donc le couple n'est pas solution 3) a) $a = (4 - b)/3$ b) $a = 3b - 3$

Courbes et symétries

- a) un centre de symétrie O (origine) b) Aucun élément de symétrie c) un axe de symétrie, l'axe des ordonnées

Sinus et cosinus

1. a) $\cos \hat{D} = DE/DF$ $\sin \hat{D} = FE/FF$ b) $\cos \hat{D} = DH/DE$ $\sin \hat{D} = EH/ED$
 2. $\cos \hat{F} = FE/FD = FH/FE$ et $\sin \hat{F} = DE/FD = EH/EF$

<p>Tracer des droites remarquables</p>	<p>Réfléchir sur les quadrilatères particuliers</p> <p>a) Oui b) Non c) Oui (les carrés) d) non (quadrilatère croisé)</p> <p>Angles – Droites - Triangle</p> <p>$\widehat{MNP} = 180 - 80 - 32 = 68^\circ$ $\widehat{NMy} = \widehat{MNP} = 68^\circ$ (alternes-internes) $\widehat{yMz} = \widehat{NMP} = 32^\circ$ (correspondants)</p>
<p>Réciproque de Thalès</p> <p>$NA = OB = a$ $MB/MO = (5-a)/5$ $MA/MN = (5-a)/5$ les points A, B, O et M,</p>	<p>Utiliser Thalès et sa réciproque</p> <p>1) Thalès $DM/DF = DN/DE = MN/EF$ donc $2,7/DF = 2,5/3 = MN/4,5$ soit $DN = 3,75$; $DF = 3,24$</p>

<p>A, N sont alignés dans le même ordre $MB/MO = MA/M$ donc d'après la réciproque de Thalès (AB) et (NO) sont parallèles.</p>	<p>2) a) Les points M, I, N et P, I, O sont alignés dans le même ordre $IM/IN = 4,8/8 = 0,6$ et $IP/IO = 6,4/3,84 = 5/3$ donc les droites (MP) et (ON) ne sont pas parallèles b) Les points M, I, N et O, I, P sont alignés dans le même ordre $IM/IN = 4,8/8 = 0,6$ et $IO/IP = 3,84/6,4 = 0,6$ donc les droites ((MO) et (PN) sont parallèles</p>
---	--

Deuxième partie

Correction cahier Troisième

Algèbre

Exercice 1

- 1) $A = (3n)^2 - 2 \times 3n \times 1 + 1^2 + (3n)^2 - 1^2 - [(4n)^2 + 2 \times 4n \times 1 + 1^2]$
 $A = 9n^2 - 6n + 1 + 9n^2 - 1 - [16n^2 + 8n + 1]$
 $A = 9n^2 - 6n + 1 + 9n^2 - 1 - 16n^2 - 8n - 1 = 2n^2 - 14n - 1$
- 2) Si on choisit $n = 1000$ $2n - 1 = 1999$ $3n + 1 = 3001$ $3n - 1 = 2999$ $4n + 1 = 4001$
 $B = 1999^2 + 3001 \times 2999 - 4001^2 = 2 \times 100^2 - 14 \times 100 - 1 = 20\,000 - 1\,400 - 1 = 18\,599$
- 3) $C = (3x - 2)[(3x - 2) + (x - 4)] = (3x - 2)[3x - 2 + x - 4] = (3x - 2)(4x - 6)$
 $C = 0$ $(3x - 2)(4x - 6) = 0$ si un produit de facteur est nul cela revient à dire que l'un au moins des facteurs est nul, soit :
- $(3x - 2) = 0$ ou $(4x - 6) = 0$
 $3x = 2$ ou $4x = 6$
 $x = \frac{2}{3}$ ou $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$
- Les solutions de l'équation sont $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{2}$

Exercice 2

- 1) $D = (2x + 3)^2 - 1 = (4x)^2 + 2 \times 2 \times 3 + 3^2 - 1 = 16x^2 + 12x + 9 - 1 = 16x^2 + 12x + 8$
 $D = (2x + 3)^2 - 1^2 = (2x + 3 + 1)(2x + 3 - 1) = (2x + 4)(2x + 2) = 2(x + 2)2(x + 1)$
 $D = 4(x + 2)(x + 1)$
- 2) $D = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 - 1 = 4x^2 + 12x + 9 - 1 = 4x^2 + 12x + 8$
- 3) Pour calculer D :
- * pour $x = \frac{-3}{2}$, il vaut mieux choisir l'expression de départ $D = (2x + 3)^2 - 1$
 $D = (2 \times \frac{-3}{2} + 3)^2 - 1 = (-3 + 3)^2 - 1 = -1$
 - * pour $x = -1$ c'est l'expression factorisée $D = 4(-1 + 2)(-1 + 1) = 0$
 - * pour $x = -\sqrt{3}$ c'est l'expression développée $D = 4x^2 + 12x + 8 = 4(-\sqrt{3})^2 + 12x - \sqrt{3} + 8$
 $D = 4 \times 3 - 12\sqrt{3} + 8 = 12 - 12\sqrt{3} + 8 = -12\sqrt{3} + 20$

Fractions – PGCD – puissances – racine carrée

Exercice 3

Simplifier sachant que a et b sont des nombres positifs.

$$A = \sqrt{5}\sqrt{a^2} = a\sqrt{5} \quad B = \sqrt{3}\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad C = \sqrt{4}\sqrt{3}\sqrt{a}\sqrt{b} \times 5\sqrt{3}\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{b^2} = 2 \times 3 \times 5 \times a \times b \times b = 30ab^2$$

Exercice 4

- 1) Il reste $\frac{12}{12} - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ La fraction des plus de 50 ans $\frac{3}{4} \times \frac{11}{12} = \frac{3 \times 11}{4 \times 3 \times 4} = \frac{11}{16}$
 $\frac{11}{12} - \frac{11}{16} = \frac{44}{48} - \frac{33}{48} = \frac{11}{48}$ la fraction des adhérents qui ont entre 30 et 50 ans est $\frac{11}{48}$
- 2) a) **Algorithme d'Euclide**
- $$168 = 216 \times 0 + 168 \qquad \frac{168:24}{216:24} = \frac{7}{9}$$
- $$216 = 168 \times 1 + 48$$
- $$168 = 48 \times 3 + 24$$
- $$48 = 24 \times 2 + 0$$
- Le pgcd de 168 et de 216 est **24**
- b) $\frac{11}{9} + \frac{168}{216} = \frac{11}{9} + \frac{7}{9} = \frac{18}{9} = 2$ 2 est bien un nombre entier.

Exercice 5

$$* A = \frac{6}{7} - \frac{4}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{6}{7} - \frac{4 \times 5}{7 \times 2} = \frac{6-10}{7} = \frac{-4}{7}$$

$$E = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) \times 6 - 1 \times \frac{5}{7} = \frac{1}{4} \times 6 - \frac{5}{7} = \frac{3}{2} - \frac{5}{7} = \frac{21-10}{14} = \frac{11}{14}$$

$$* B = \frac{\frac{3}{4} - 4}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-16}{4}}{\frac{9+4}{12}} = \frac{-13}{4} = \frac{-13}{4} \times \frac{12}{13} = -3$$

$$* C = 9 \times 2 - 12,5 = 18 - 12,5 = 5,5$$

$$* D = \frac{3,2 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^6}{4 \times 10^{-2}} = \frac{3,2 \times 5 \times 10^{-5+6}}{4 \times 10^{-2}} = \frac{16 \times 10^1}{4 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{1+(-2)} = 4 \times 10^{-1}$$

$$* F = 2\sqrt{45} - 5\sqrt{20} - \sqrt{80} = 2\sqrt{5}\sqrt{9} - 5\sqrt{5}\sqrt{4} - \sqrt{16}\sqrt{5} = 2 \times 3\sqrt{5} - 5 \times 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$$
$$F = 6\sqrt{5} - 10\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -8\sqrt{5}$$

$$* G = (\sqrt{6})^2 - 2(\sqrt{6})(\sqrt{15}) + (\sqrt{15})^2 = 6 - 2(\sqrt{6})(\sqrt{15}) + 15 = 21 - 2\sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{5} = 21 - 6\sqrt{10}$$

$$* H = (3\sqrt{5})^2 - 8^2 = 9(\sqrt{5})^2 - 64 = 9 \times 5 - 64 = 45 - 64 = -19$$

Probabilité - pourcentage

Exercice 6

Si le temps est sec (S) un jour alors la probabilité qu'il soit sec le lendemain est de $\frac{4}{5}$.

Si le temps est humide (H) un jour alors la probabilité qu'il soit humide le lendemain est de $\frac{3}{4}$.

Aujourd'hui lundi, le temps est sec.

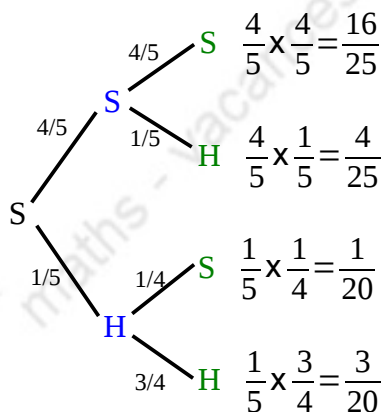
- 1) La probabilité que le temps soit sec mardi est de $\frac{4}{5}$, humide mardi $\frac{1}{5}$

$$\left(1 - \frac{4}{5}\right) = \left(\frac{5}{5} - \frac{4}{5}\right) = \frac{1}{5}$$

- 2) Si le temps est humide lundi, la probabilité qu'il soit sec mardi est de $\frac{1}{4}$

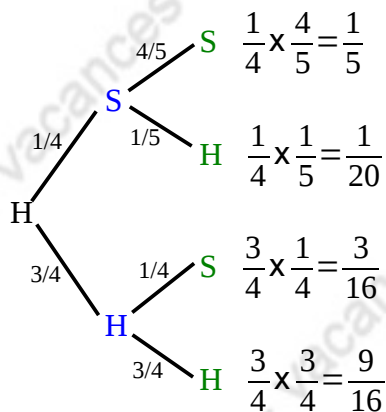
$$\left(1 - \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{4}{4} - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

- 3) a) Lundi Mardi Mercredi



- b) $\frac{16}{25} + \frac{1}{20} = \frac{48+5}{100} = \frac{53}{100}$ La probabilité que le temps soit sec mercredi est de $\frac{53}{100}$

4) Lundi Mardi Mercredi



En supposant que le temps soit humide le lundi :

* la probabilité que le temps soit sec mercredi est de $\frac{31}{80}$

$$\frac{3}{16} + \frac{1}{5} = \frac{15 + 16}{80} = \frac{31}{80}$$

* la probabilité que le temps soit humide mercredi est de $\frac{9}{32}$

$$\frac{1}{20} + \frac{9}{16} = \frac{45 + 45}{320} = \frac{90}{320} = \frac{9}{32}$$

Exercice 7

- La probabilité pour qu'un canadien pris au hasard soit du groupe O est de 46/100 soit 0,46
- La probabilité pour qu'un canadien pris au hasard soit donneur universel est de 0,0322 car elle est de 0,07 pour être de Rhésus négatif et de 0,46 pour être de type O soit $0,07 \times 0,46 = 0,0322$
- La probabilité pour qu'un canadien pris au hasard ait un sang de Rhésus négatif est de $0,06 \times 0,42 + 0,015 \times 0,09 + 0,03 \times 0,005 + 0,46 \times 0,07 = 0,0589$

Exercice 8

- La probabilité pour tirer une boule bleue est de 5/9 et celle de tirer une boule rouge est de 4/9, ces probabilités restent les mêmes au deuxième tirage sont les mêmes puisqu'il y a remise donc la probabilité pour que la première boule soit bleue et la seconde rouge est de $\frac{20}{81}$ $\frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{20}{81}$
 - Pour avoir 2 boules bleues la probabilité est de $(\frac{5}{9})^2 = \frac{25}{81}$, la probabilité pour que l'on ait 2 rouges est de $(\frac{4}{9})^2 = \frac{16}{81}$ donc pour que les deux boules aient la même couleur la probabilité est de $\frac{41}{81}$ $\frac{25}{81} + \frac{16}{81} = \frac{41}{81}$
- La probabilité pour tirer une boule bleue est de 5/9 et celle de tirer une boule rouge au deuxième tirage est de 4/8 ou 1/2 (il ne reste plus que 8 boules puisqu'il n'y a pas remise et 4 boules rouges) donc la probabilité pour que la première boule soit bleue et la seconde rouge est de $\frac{5}{18}$ $\frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$
- Pour avoir 2 boules bleues la probabilité est de 5/9 pour la première et 4/8 ou 1/2 pour la deuxième (car il reste 8 boules et 4 bleues) soit $\frac{5}{18}$ ($\frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$) la probabilité pour que l'on ait 2 rouges est de 4/9 pour le premier tirage et 3/8 pour le deuxième (puisque'il ne reste que 3 rouges et 8 au total) soit 1/6 ($\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$) donc pour que les deux boules aient la même couleur la probabilité est de $\frac{41}{81}$ $\frac{5}{18} + \frac{1}{6} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

Exercice 9 :

M Durand possède un terrain dont la figure est ci-dessus, l est la largeur et L la longueur qui mesure 18m de plus que la largeur.

$$\begin{aligned} 1) \text{ a) } L &= l + 18 & A_{\text{allée}} &= 2 \times 2l + 2 \times (2 \times (l + 18 - 2)) = 152 \\ & 4l + 2 \times (2 \times l + 32) & &= 152 & 4l + 4l + 64 &= 152 & 8l + 64 &= 152 \\ & 8l &= 152 - 64 & 8l &= 88 & l &= 88/8 = 11 & L &= 11 + 18 = 29 \end{aligned}$$

La longueur du terrain est égale à 29m et sa largeur à 11m.

$$\begin{aligned} \text{b) } 3\text{cm} &= 0,03\text{m} & V_{\text{gravier}} &= A_{\text{allée}} \times 0,03 = 152 \times 0,03 = 4,56 \text{ m}^3 \\ & & & \text{Le volume nécessaire est égal à } 456\text{m}^3 \\ & 4,56 \times 45,10 &= 205,656 & \text{Il lui en coutera } 205,66\text{€} \end{aligned}$$

2) Son voisin M Dupont possède un terrain similaire mais la longueur 136m est le double de la largeur. Il ne connaît pas la largeur de l'allée que l'on notera x

$$\begin{aligned} \text{a) } L &= 2 \times l & l &= 136/2 = 68 & A_{\text{allée}} &= 2 \times 136x + 2 \times (2 \times (68 - 2x)) = f(x) \\ f(x) &= 2 \times 136x + 2 \times (2 \times (68 - 2x)) &= 272x + 4 \times (68 - 2x) &= 272x + 272 - 8x = 264x - 272 \end{aligned}$$

b) f est une fonction affine ($ax + b$) avec $a = 264$ et $b = -272$

Sa représentation graphique est une droite de coefficient directeur 264 et dont l'ordonnée à l'origine est -272

c) g est une fonction linéaire (ax) avec $a = 104$

Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère et de coefficient directeur 104

$$\text{d) } f(x) = g(x) \quad 264x - 272 = 104x \quad 264x - 104x = 272 \quad 160x = 272 \quad x = 272/160 = 1,7$$

La largeur de l'allée est égale à 1,7m

$$V_{\text{gravier}} = A_{\text{allée}} \times 0,03 = (264x - 272) \times 3 = (264 \times 1,7 - 272) \times 3 = 176,8 \times 0,03 = 5,304 \quad \text{Le volume nécessaire est égal à } 5,304\text{m}^3$$

$$5,304 \times 45,10 = 239,2104 \quad \text{Il devra payer } 239,21\text{€ pour recouvrir l'allée de 3cm de gravier.}$$

Exercice 10

1)	Lucas	Bill	Smaïl
Tarif A	$4,5 \times 5 = 22,50$	$4,5 \times 12 = 54$	$4,5 \times 21 = 94,50$
Tarif B	$2 \times 5 + 16 = 26$	$2 \times 12 + 16 = 40$	$2 \times 21 + 16 = 58$
Tarif C	74	74	74

$$2) f(x) = 4,5x \quad g(x) = 2x + 16 \quad h(x) = 75$$

3) f est une fonction linéaire de coefficient 4,5, g est une fonction affine ($ax + b$) avec $a = 2$ et $b = 16$, h est une fonction constante.

4) Résoudre $4,5x = 2x + 16$ c'est résoudre $f(x) = g(x)$

Graphiquement, c'est l'abscisse du point d'intersection des droites bleue et noire. Soit 6,8

$$\text{Par le calcul : } 4,5x = 2x + 16 \quad 4,5x - 2x = 16 \quad 2,5x = 16 \quad x = 16/2,5 = 6,4$$

la solution de l'équation est 6,4

Interpréter : Pour 6,4 on obtient le même tarif, or soit on achète 6 DVD ou 7. En regardant la représentation graphique on peut dire que pour 6 il faut choisir le tarif A et pour 7 le tarif B.

5) Résoudre $70 < 2,5x < 17$ c'est résoudre $h(x) < g(x)$

Graphiquement, c'est l'abscisse du point d'intersection des droites bleue et verte, soit 29.

$$\text{Par le calcul : } 74 < 2x + 16 \quad 74 - 16 < 2x \quad 58 < 2x \quad x > 58/2 \quad x > 29$$

Tous les nombres strictement plus petit que 29 sont solution de l'inéquation.

Interpréter : Pour 30 DVD achetés ou au delà on paiera moins cher avec le tarif C qu'avec le

tarif B

6) $k(x) = ax + b$ pour 5 DVD on a $k(5) = 5a + b = 28$ pour 18 DVD on a $k(20) = 20a + b = 55$

$$\begin{cases} 5a + b = 28 \\ 20a + b = 55 \end{cases}$$

En soustrayant les 2 équations on a : $20a + b - (5a + b) = 55 - 28$

$$\begin{aligned} 15a &= 27 & a &= 27/15 = 1,8 \\ 20 \times 1,8 + b &= 55 & 36 + b &= 55 & b &= 55 - 36 = 19 \end{aligned}$$

$$k(x) = 1,8x + 19$$

7) $g(x) = 2x + 16$ et $k(x) = 1,8x + 19$ Pour déterminer à partir de combien de DVD il ferait mieux de changer de vidéo-club il faut résoudre l'équation $g(x) < k(x)$ soit : $2x + 16 < 1,8x + 19$

$$2x - 1,8x < 19 - 16 \quad 0,2x < 3 \quad x < 3/0,2 \quad x < 15$$

Si Omar emprunte moins de 15 DVD il devrait changer de club.

Exercice 11

1) D'une part : $AB^2 = 4^2 = 16$

$$\text{d'autre part : } BC^2 + AC^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 16$$

Donc $AB^2 = BC^2 + AC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore ABC est rectangle en C

2) Dans le triangle ABD rectangle en A par construction

$$\tan \widehat{ABD} = \frac{AD}{AB}$$

3) Dans le triangle ABC rectangle en A d'après le 1)

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}, \quad \widehat{ABC} \text{ et } \widehat{ABD} \text{ désignent le même angle donc } \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC} \quad \frac{AD}{4} = \frac{2,4}{3,2}$$

$$AD = \frac{3 \times 2 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 2} = 3$$

AD est égale à 3 cm.

4) Dans le triangle ABD rectangle d'après le théorème de Pythagore $BA^2 + AD^2 = BD^2$

$$16 + 9 = BD^2 \quad BD^2 = 25 \quad BD = 5 \text{ cm}$$

5) D'une part : $\frac{BC}{BD} = \frac{3,2}{5} = 0,64$ d'autre part : $\frac{BN}{BA} = \frac{3,2}{5} = 0,64$ Donc $\frac{BC}{BD} = \frac{BN}{BA}$

d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (AD) et (CN) sont parallèles.

6) (BD) et (AC) sont sécantes en B, d'après le 5) (AD) et (CN) sont parallèles donc d'après le

théorème de Thalès $\frac{BC}{BD} = \frac{CN}{AD}$ soit $NC = \frac{3 \times 3,2}{5} = 1,92$ $NC = 1,92$ cm.

7) Par construction (PC) et (AB) sont parallèles or N est un point de (AB) donc (PC) et (AB) sont parallèles, d'après le 5) les droites (AD) et (CN) sont parallèles or P est un point de (AD) donc les droites (PC) et (AN) sont parallèles. Un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme donc PCNA est un parallélogramme. Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle or le triangle ADB est rectangle en A donc l'angle PAC est aussi droit, le quadrilatère ANCP est un rectangle.

8) $A_{\text{agrandissement}} = k^2 A_{\text{ANCP}}$ où k est le coefficient d'agrandissement.

$$A_{\text{ANCP}} = AN \times CN = 1,44 \times 1,92 = 2,7648$$

$$AN = AB - BN \text{ car B est un point de } [AB] \quad AN = 4 - 2,56 = 1,44$$

$$A_{\text{agrandissement}} \div A_{\text{ANCP}} = 69,12 \div 2,7648 = 25 = k^2 \quad \text{donc } k = \sqrt{25} = 5$$

$$A'N' = k \times AN = 5 \times 1,44 = 7,2 \text{ cm}$$

Usage quotidien d'alcool selon le sexe et l'âge en 2010 en %

Exercice 12

- 1) $(10 + 16)/2 = 13$ $(2 + 5)/2 = 3,5$
 la médiane de la série concernant les hommes est 13, et celle des femmes 3,5.
 2) $25/100 \times 6 = 1,5$ $75/100 \times 6 = 4,5$
 Les premiers et troisièmes quartiles sont donc la deuxième et la cinquième valeur
 Pour les hommes $Q1 = 7$ et $Q2 = 31$. Pour les femmes $Q1 = 1$ et $Q2 = 11$.

	2010		fréquences	fréquences
	Hommes	Femmes	hommes	femmes
18-25 ans	5	0	0,04	0,00
26-34 ans	7	1	0,06	0,03
35-44 ans	10	2	0,09	0,06
45-54 ans	16	5	0,14	0,14
55-64 ans	31	11	0,27	0,31
65-75 ans	44	17	0,39	0,47

- 3) $(5+7+10+16+31+44)/6 = 18,8$ $(1+2+5+11+17)/6 = 6$
 La moyenne pour les hommes est d'environ 18,8% et pour les femmes de 6%.
 4) On calcule les fréquences de chaque classe en faisant le quotient de l'effectif de chaque classe sur l'effectif total
 5) On peut en conclure que la consommation d'alcool chez les hommes est plus importante que chez les femmes.

Exercice 13

1)

	1 ^{ère} ES	1 ^{ère} L	1 ^{ère} S	1 ^{ère} S sciences de l'ingénieur	1 ^{ère} STI2D	1 ^{ère} STG	1 ^{ère} ST2S	R	Total
2 ^{nde} 1	8	1	9	2	3	5	4	1	33
2 ^{nde} 2	4	3	12	6	5	2	2	2	36
2 ^{nde} 3	12	10	5	2	2	3	0	1	35
2 ^{nde} 4	9	2	9	4	4	4	5	2	39

- 2) $8 \times 100 \div 33 \approx 24$ Le nombre d'élèves de 2^{nde}1 orienté en 1^{ère}ES est environ 24%.
 3) redoublants : $1 + 2 + 1 + 2 = 6$ élèves de 2^{nde} : $33 + 36 + 35 + 39 = 143$ $143 - 6 = 137$ $137 \times 100 \div 143 \approx 96$ Le pourcentage d'élèves admis en première est d'environ 96%
 4) $137(1 - 2 \div 100) = 134,26$ Il y aura environ 134 élèves l'année prochaine.
 5) Si on appelle n le nombre d'élèves de seconde l'année dernière, une augmentation de 20% donne 143 soit : $n(1 + 20 \div 100) = 143$ $1,2n = 143$ $n = 143 \div 1,2 \approx 119$
 Il y avait environ 119 élèves l'année dernière.

Exercice 14

Une entreprise fabrique des flutes à champagne ayant la forme d'un cône de hauteur 15cm et de rayon 2,1cm

- 1) a) $V_{\text{cône}} = A_{\text{base}} \times h \div 3 = \pi r^2 \times h \div 3$ $V_{\text{cône}} = \pi(2,1)^2 \times 15 \div 3 = 22,05\pi \text{ cm}^3$,
 b) $1 \text{ dm}^3 = 1\text{l}$ $22,05\pi \text{ cm}^3 = 0,02205\pi \text{ dm}^3$
 avec 11 invités : $0,02205\pi \times 11 \times 2 \div 0,75 \approx 2,03$, il faudra 3 bouteilles, 5 suffiront largement.
 2) Les flutes sont vendues 14,20€ pièce,
 a) $14,20 \div 600 = 8 \text{ 520}$ Le prix de vente de 600 flutes est égal à 8 520€
 b) Soit n le nombre de flutes achetées par un supermarché..

1. $f(n) = 15,2n$
2. $f(n) = 15,2n = 7100$ $n = 7100 \div 14,2 = 500$ Pour 7100€ il aura 500 flutes.

c) f est une fonction linéaire de coefficient 14,2.

Unité pour le graphique : abscisse, 1cm pour 50 flutes ; ordonnée, 1cm pour 500€.

1. $7100 \div 50 = 142$ on trace donc la droite parallèle à l'axe des abscisses d'équation $y=142$ on repère l'abscisse qui est égale à 10 soit : $10 \times 50 = 500$ ce qui donne la valeur trouvée au 2)b)2.
2. $300 \div 50 = 6$ on trace donc la droite parallèle à l'axe des ordonnées d'équation $x=6$ on repère l'ordonnée qui est égale à 85,2 soit : $85,2 \times 50 = 4260$
Pour 300 flutes on paye 4260€

3) Le responsable du supermarché a relevé le nombre de flutes vendues par quatre vendeurs dans le tableau ci-dessous.

Vendeur	Marc	Élise	Samy	Elsa
Nombre de flutes vendues	220	200	290	250

- a) $220+200+290+250 = 960$ $200 \times 100 \div 960 \approx 20,8$ Le pourcentage de vente d'Élise (arrondi au dixième) par rapport au total des ventes est égal à 20,8%
- b) $(220+200+290+250) \div 4 = 240$ Le nombre moyen de flutes vendues par vendeur est 240
- c) Soit s le stock on a : $s(80 \div 100) = 960$ $0,8s = 960$ $s = 960 \div 0,8 = 1200$
Il avait 1200 flutes en stock
- d) Soit n le nombre de flutes vendues l'année dernière on a : $n(1-4 \div 100) = 960$
 $0,96n = 960$ $n = 960 \div 0,96 = 1\ 000$ Il avait vendu 1 000 flutes l'an dernier

Exercice 15

Un maçon s'équipe chez un grossiste qui lui accorde 5% de réduction. Il doit cependant payer les frais de ports qui s'élèvent à 12% du tarif réduit pour obtenir le prix de revient.

- 1) $14x(1 + 12 \div 100) = 15,68$ Le prix de revient est égal à 15,68€
soit i le prix initial comme il a 5% de réduction on a : $14 = i(1 - 5 \div 100)$ $i = 14 \div 0,95 \approx 14,74$ Le prix initial est égal à environ 14,74€ .
- 2) $15,68(1 + x \div 100) = 14,74$ $14,74 \div 15,68 - 1 = x \div 100$ $100(14,74 \div 15,68 - 1) = x$
 $x \approx -5,99$ La variation entre le prix initial et le prix de revient est d'environ 6%
- 3) soit v le prix de vente comme il compte 20% de réduction pour trouver le prix de revient on a :
 $15,68 = v(1 - 20 \div 100)$ $v = 15,68 \div 0,8 = 19,6$ Le prix de vente HT est 19,60€
- 4) $19,6(1 + 7 \div 100) = 20,972$ Le prix TTC (toutes taxes comprises) est 20,97€.